Praktikum Klassische Physik II

# Versuchsvorbereitung:

# Laser-Optik Teil A

# (P2-16,17,18)

# Christian Buntin, Jingfan Ye

# Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 3. Mai 2010

## Inhaltsverzeichnis

1	Brewsterwinkel		2
	1.1	Betrachtung am Laser	4
	1.2	Messung des Brewsterwinkels	4
2	Beugung an Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante		4
	2.1	Bestimmung der Spaltbreite mithilfe von Beugung	5
	2.2	Beugungsfigur eines Stegs	5
	2.3	Beugungsbild einer Kreisöffnung, einer gleichgroßen Kreisscheibe und einer	
		Kante	5
	2.4	Beugungsfigur eines Haares	6
3	Beugung an Mehrfachspalten und Gittern		6
	3.1	Bestimmung der Spaltbreite und des Spaltabstands eines Doppelspalts	6
	3.2	Anderer Doppelspalt, Dreifachspalt	6
	3.3	Gitterkonstante eines Strichgitters	7
	3.4	Beugungsbilder von Kreuz- und Wabengittern	7
4	Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände		9
5	5 Holographie		10

## Einleitung

#### Der LASER<sup>1</sup>

In einem He-Ne-Laser (Abbildung 1) werden von einer Glühkathode Elektronen auf die Heliumatome geschossen. Diese werden durch die Stöße angeregt und können zwei verschiedene metastabile Zustände annehmen. Diese Zustände entsprechen den Anregungsenergien des Neons, so dass durch Stöße die Energie vom Helium auf das Neon übertragen werden kann. Dadurch erreicht man, dass sich mehr Neon im angeregten Zustand als im Grundzustand befindet, was man auch eine Besetzungsinversion nennt. Bei einem reinen zwei-Niveau-System wäre dies aufgrund der Boltzmann-Verteilung nicht möglich gewesen, dass das Zahlenverhältnis der sich im angeregtem Zustand und im Grundzustand befindlichen Atome immer kleiner als 1 ist. Wenn das Neon nun wieder in seinen Grundzustand übergeht, emittiert es Photonen. Dabei entspricht eine der Energiedifferenzen zum nächsten niedrigeren Niveau genau der Wellenlänge 633 nm. Durch die Besetzungsinversion erreicht man einen exponentiellen Anstieg der emittierten Photonen, solange mehr angeregte Neonatome durch den Helium-Pumpprozess nachgeliefert werden und die Inversion aufrechterhalten wird.

Wenn die durch spontane Emission erzeugten Photonen nun auf ein angeregtes Neon-Atom treffen, so wird dieses stimuliert und geht unter Emittierung von Photonen auch in den Grundzustand über. Durch Resonatoren an den Enden des Glaszylinders wird dafür gesorgt, dass die Photonen im Glaszylinder immer hin und her reflektiert werden und kettenreaktionsartig immer mehr angeregte Neonatome zur Photonenemission stimulieren.

Wenn die Emissionsrate zu hoch wird und das angeregte Neon zu schnell verbraucht wird, wird die Besetzungsinversion aufgehoben und die Photonenzahl nimmt wieder exponentiell ab, bis durch den Pumpprozess die Inversion wiederhergestellt ist. Irgendwann stellt sich dadurch ein Gleichgewicht an emittierten Photonen ein. Da ein Resonator ein Teil des Laserlichts durchlässt, tritt dort der Laserstrahl aus.



Abbildung 1: Aufbau eines He-Ne-Lasers (Aus: Demtröder Experimenalphysik Band 3, S. 258)

## 1 Brewsterwinkel

Tritt unpolarisiertes Licht auf eine Grenzfläche, so wird der reflektierte Anteil polarisiert. Man kann sich diesen Effekt klar machen, indem man das unpolarisierte Licht als Super-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Light amplification by stimulated emission of radiation

position zweier zueinander senkrechter Wellen betrachtet, die entweder p-polarisiert (TM-Welle) oder s-polarisiert (TE-Welle) sind. P-polarisiert bedeutet, dass die Richtung des E-Feldes parallel zur Einfallsebene steht, welche durch die Ausbreitungsrichtung des Lichts und des Lotes aufgespannt wird. s-polarisiert bedeutet, dass  $\vec{E}$  senkrecht auf diese Ebene steht.

Tritt das Licht auf die Grenzfläche, werden die dortigen Elektronen durch die TE-Welle zu erzwungenen Schwingungen angeregt, welche wiederum Elementarwellen ausstrahlen, die nur in Richtung des reflektierten und des transmittierten Strahls kontruktiv interferieren. Diese ausgesendeten Wellen sind wiederum TE-polarisiert. Da sowohl die Richtung des reflektieren als die die des transmittierten Strahls senkrecht zur Schwingungsrichtung der Elektronen steht, werden die Wellen in beide Richtungen maximal gestrahlt (auch mit Stetigkeitsbedingungen zu beschreiben).

Bei der TM-Welle jedoch verändert sich aufgrund der Stetigkeitsbedingung für das  $\vec{E}$ -Feld parallel zum Lot die Richtung des einfallenden und des transmittierten  $\vec{E}$ -Feldes. Die erzeugten Dipole, die senkrecht zum transmittierten Strahl stehen, strahlen maximal in Richtung des transmittierten Strahls ab, während die Intensität in Richtung des reflektierten Strahls mit der Beziehung  $I \propto \sin^2 \theta$  abnimmt, wobei  $\theta$  der Winkel des  $\vec{E}$ -Feldes zwischen dem ausgesendetem Strahl und der Schwingungsrichtung des Dipols ist (Diesen Effekt konnte man auch im vorherigen Versuch "Mikrowellenoptik " sehr gut messen). Für den transmittierten Strahl ist  $\theta_t$  immer 90°, für den reflektierten Strahl nimmt dieser Winkel immer weiter ab, bis er 0° ist.

Wenn also die Richtung des transmittierten und des reflektierten Strahls senkrecht aufeinander stehen, strahlt die TM-Welle keine reflektierten Strahlen mehr aus. Die reflektierte Welle ist eine reine TE-Welle. Der Brewsterwinkel ist genau der Einfallswinkel, bei dem dies auftritt.

Für den Reflexionskoeffizienten  $\rho_p$  für die Polarisation von  $\vec{E}_p$  parallel zur Einfallsebene (TM-Welle) gilt nach den Fresnelschen Gleichungen:

$$\varrho_p = \frac{\tan\left(\alpha - \beta\right)}{\tan\left(\alpha + \beta\right)}$$

 $\alpha$  bezeichnet hierbei den Einfallswinkel,  $\beta$  den Winkel des transmittierten Strahls. Wenn nun allerdings  $\alpha + \beta = 90^{\circ}$  wird, so geht tan  $(\alpha + \beta) \rightarrow \infty$  und  $\varrho_p \rightarrow 0$ . Das ist genau dann der Fall, wenn die nach Snellius reflektierten und transmittierten Strahlen ebenfalls einen 90° Winkel einschließen, wenn also der Einfallswinkel gleich dem Brewsterwinkel ist.

Wenn das Licht in diesem Winkel  $\alpha_B$  einfällt, geht es also vollständig durch das Medium hindurch, es wird nichts reflektiert. Mit dem Brechungsgesetz von Snellius ( $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ ) folgt somit:

$$\beta = 90^{\circ} - \alpha \Leftrightarrow \sin \beta = \sin (90^{\circ} - \alpha) = \cos \alpha \Leftrightarrow n_1 \sin \alpha = n_2 \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} \tag{1.1}$$

#### 1.1 Betrachtung am Laser

Da im Laser das Gasgemisch in der Entladungsröhre bleiben soll, das Licht aber heraus soll, muss das Laserlicht durch Glasscheiben an den Enden scheinen. Damit an dieser Stelle keine Reflexionen auftreten, die den Laser stören könnten und die Intensität durch Reflexionsverluste verringern würden, werden die Enden mit Glasscheiben im Brewsterwinkel abgeschlossen. Wenn die Glasscheibe planparallel verarbeitet ist, kommt der Laserstrahl bei der Austrittsfläche ebenfalls unter dem Bresterwinkel an und und wird dort ebenfalls reflexionsfrei transmittiert. Eine solche Anwendung wird auch Brewster-Fenster genannt.

Um die Notwendigkeit dieser Anordnung zu beobachten, wird eine Glasscheibe zwischen Entladungsrohr und Resonatorspiegel des Lasers gebracht und die Strahlintensität unter verschiedenen Neigungswinkeln beobachtet.

#### 1.2 Messung des Brewsterwinkels

Zur Messung wird (außerhalb des Lasers) der Winkel  $\alpha_b$  bestimmt. Dazu wird die Intensität des reflektierten Strahls auf der Zimmerdecke beobachtet und der Winkel des einfallenden Strahls gemessen, bei dem sie minimal wird.

Man könnte den Brewsterwinkel auch dadurch messen, indem man mit einem Si-Photoelement Einfallswinkel misst, bei dem die Intensität des transmittierten Strahls maximal wird. Da aber Maxima vermutlich schwieriger abzuschätzen sind als Minima, wenn man also wirklich nichts mehr sieht, ist die erste Methode wahrscheinlich genauer. Aus demselben Prinzip ist eine Widerstandsmessung durch eine Wheatstonebrücke eine präzise Messmethode.

Nach Gleichung (1.1) auf der vorherigen Seite gilt damit für den Brechungsindex  $n_{Glas}$  des Glases:

$$n_{\rm Glas} = n_{\rm Luft} \tan \alpha_B \approx \tan \alpha_B$$

## 2 Beugung an Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante

Da der Abstand des Schirmes von einem optischen Gitter viel größer als die Wellenlänge des Lasers, wird in der Fernzone der Beugung gemessen, für die die Fraunhofernäherung erlaubt ist. Nach ihr gilt für die Intensitätsverteilung:

$$\frac{I}{I_0}(\sin\alpha) = \underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)^2}}_{\text{Einzelspalterm}} \cdot \underbrace{\frac{\sin^2\left(\frac{N \cdot \pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\operatorname{Sin}^2\left(\frac{\pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}}_{\text{Verhalten weiterer Spalte}}$$
(2.1)

s bezeichnet die Spaltbreite, g die Gitterkonstante und N die Anzahl der Spalte. Für den Einzelspalt kürzt sich der zweite Bruch zu 1.

#### 2.1 Bestimmung der Spaltbreite mithilfe von Beugung

Beim Einzelspalt gilt nach Gleichung (2.1) auf der vorherigen Seite:

$$\frac{I}{I_0}(\sin\alpha) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)^2}$$
(2.2)

Maxima ergeben sich also, wenn der Sinusterm 1 wird und Minima, wenn der Sinusterm 0 wird. Mit obiger Näherung sin  $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{x}{L}$  folgt

für Maxima:

$$\frac{\pi \cdot s \cdot \sin \alpha}{\lambda} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi \Leftrightarrow \sin \alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{s} \Leftrightarrow x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda \cdot L}{s}$$
(2.3)

für Minima:

$$\frac{\pi \cdot s \cdot \sin \alpha}{\lambda} = m \cdot \pi \Leftrightarrow \sin \alpha = m \cdot \frac{\lambda}{s} \Leftrightarrow x = m \cdot \frac{\lambda \cdot L}{s}$$
(2.4)

Beobachtet man also die Minima und Maxima des Beugungsmusters, kann man auf die Spaltbreite *s* des Einzelspaltes zurückschließen.

#### 2.2 Beugungsfigur eines Stegs

Nun wird der Spalt durch einen gleichbreiten Steg ersetzt. Von diesem Steg soll nun auch ein Beugungsbild erzeugt werden. Nach dem Barbinet-Theorem erzeugen zwei zueinander komplementären Gegenstände dieselben Beugungsbilder. Komplementär bedeutet in diesem Fall, dass die Orte von lichtundurchlässiger Abdeckung und lichtdurchlässiger Öffnung eines Beugungsgegenstands vertauscht sind. Dort, wo bei einem Gegenstand ein Spalt war, ist bei seinem Komplement nun eine Abdeckung (und umgekehrt). Folglich muss das Beugungsbild des Stegs genauso aussehen wie das eines gleichbreiten Spalts.

# 2.3 Beugungsbild einer Kreisöffnung, einer gleichgroßen Kreisscheibe und einer Kante

Hier werden die Beugungsbilder einer Kreisöffnung, einer gleichgroßen Kreisscheibe sowie einer Kante beobachtet. Bei einer Kreisöffnung ist zu erwarten, dass durch konstruktive Interferenz in der Mitte des Kreises das Hauptmaximum liegt. Die weiteren Maxima liegen in konzentrischen Kreisen um das Hauptmaximum. Nach dem Barbinet-Theorem muss die Kreisscheibe das gleiche Beugungsbild erzeugen wie die Kreisöffnung. Auch bei ihr gibt es ein Maximum im Kreismittelpunkt (Poissonscher Fleck), der daher rührt, dass die Elementarwellen, die von der Kreiskante ausgehen, auf der Mittelachse und somit auch in der Schirmmitte konstruktiv interferieren.

Bei einer Kante befindet sich das Beugungsbild nicht mehr in der Fernzone, da der "Spaltabstand" unendlich groß ist. Folglich muss von Kugelwellen statt ebenen Wellen nach der Beugung ausgegangen werden, wodurch das Bild einer Fresnel-Beugung zu sehen ist. Man erkennt also viele Maxima und Minima, die sehr eng beieinander liegen und zur Seite immer mehr verschwimmen und nicht mehr unterscheidbar sind.

#### 2.4 Beugungsfigur eines Haares

Hier wird prinzipiell der gleiche Versuch ausgeführt wie am Anfang mit dem Steg, nur wird als Beugungsgegenstand ein Haar genommen. Nach dem Barbinet-Theorem sieht das Beugungsbild aus wie das eines gleichbreiten Spaltes, wodurch man (Gleichung (2.4) auf der vorherigen Seite) und (Gleichung (2.3) auf der vorherigen Seite) zur Berechnung des Haardurchmessers verwenden kann. Anschließend werden die so erhaltenen Messdaten mit einer Mikrometerschraube überprüft.

### 3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern

Die allgemeine Formel für das Beugungsmuster eines beliebigen Gitters ist in Gleichung (2.1) auf Seite 4 angegeben.

#### 3.1 Bestimmung der Spaltbreite und des Spaltabstands eines Doppelspalts

Um die Spaltbreite und den Spaltabstand eines der Doppelspalte zu verwenden, setzt man in Gleichung (2.1) auf Seite 4 N = 2 ein. Es folgt:

$$\frac{I}{I_0}(\sin\alpha) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}$$
(3.1)

Hauptmaxima existieren, wenn der sin-Term im Nenner 0 wird. Dann konvergiert der zweite Bruch gegen  $N^2$ . Dies passiert genau dann, wenn das Argument des Sinus ein Vielfaches von  $\pi$  annimmt.

Da der Beugungswinkel sehr klein ist, kann man ihn mit sin *alpha*  $\approx \tan \alpha = \frac{x}{L}$  nähern, wobei *x* der Abstand zum Schirmmittelpunkt und *L* der Abstand des Beugungsgegenstandes zum Schirm bezeichnet.

Für die Maxima gilt dann also:

$$\frac{\pi \cdot g \cdot \sin \alpha}{\lambda} = m \cdot \pi \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{m \cdot \lambda}{g} \Leftrightarrow x = m \cdot \frac{\lambda \cdot L}{g} \qquad m \in \mathbb{N}$$
(3.2)

#### 3.2 Anderer Doppelspalt, Dreifachspalt

Bei einem Doppelspalt, bei dem die Spalte weiter auseinanderliegen, liegen die Maxima näher beieinander, da der cos-Term eine höhere Frequenz aufweist (Abbildung 2 auf Seite 8).

Beim Dreifachspalt gilt:

$$\frac{I}{I_0}(\sin\alpha) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \cdot s \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda}\right)}$$
(3.3)

Je mehr Spalte zur Beugung vorhanden sind, desto mehr Maxima sind vorhanden, da der sin-Term eine immer höhere Frequenz aufweist. Dafür werden die Zwischenmaxima aber auch immer schwächer und die Hauptmaxima immer schärfer. Dieser Effekt macht sich bereits im Vergleich zwischen Doppelspalt und Dreifachspalt bemerkbar (Abbildung 3 auf der nächsten Seite).

#### 3.3 Gitterkonstante eines Strichgitters

Ein Strichgitter besitzt sehr viele Spalte, welche im konstanten Abstand nebeneinander angeordnet sind. Dieser Abstand nennt man Gitterkonstante g. Je mehr Spalte beleuchtet werden, desto höher ist auch die verwendete Spaltzahl N. Bei sehr großem N in Gleichung (2.1) auf Seite 4 sind die Nebenmaxima nun kaum mehr bemerkbar, lediglich die Hauptmaxima stechen sehr stark hervor. Für diese gilt die gleiche Maximumsbedingung wie für den Doppelspalt, da der Nenner des zweiten Bruchs in Gleichung (2.1) auf Seite 4 unabhängig von der Gesamtzahl der Spalte ist, deshalb folgt auch für die Maxima des Gitters Gleichung (3.2) auf der vorherigen Seite.

#### 3.4 Beugungsbilder von Kreuz- und Wabengittern

Bei diesem Demonstrationsversuch wird statt einem eindimensionalen ein zweidimensionales Gitter benutzt. Das Beugungsbild sollte also dem des vorherigen Versuchs entsprechen, nur dass man statt einer Geraden, auf dem in regelmäßigen Abständen helle Punkte zu sehen sind, nun diese Punkte wie die Knoten eines zweidimensionales Netzes auf dem Schirm sieht. Berechnen kann man das Beugungsbild, indem man bei der Formel für die Fraunhoferbeugung eine zwei- statt eindimensionale Fouriertransformation macht.



Abbildung 2: Beugungsmuster verschiedener Doppelspalte



Abbildung 3: Beugungsmuster von Doppel- und Dreifachspalt mit gleichen Parametern

# 4 Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände

In dieser Aufgabe soll die Auflösung von beleuchteten Objekten genauer untersucht werden. Dazu wird ein Gitter (100 Striche pro cm) mit parallelem Licht beschienen und mithilfe einer nachfolgenden Linse auf eine Mattscheibe optisch abgebildet. Es soll untersucht werden, was passiert, wenn man gewisse Beugungsmaxima wegnehmen würde. Dazu kann man mit einer Blende spezielle Beugungsmaxima abfangen, sodass nur die erwünschten zur Mattscheibe durchkommen.

Lässt man nur das Maximum 0. Ordnung durch, erkennt man auf der Mattscheibe nur eben diesen Punkt. Erst wenn man mindestens die nächste Ordnung durchlässt, kann man die Gitterstruktur erkennen. Denn erst dieses Maximum enthält Informationen über den Spaltabstand. In Abbildung 4 sieht man, dass sowohl die -1. also auch die 1. Ordnung zur Entstehung der Bilder wichtig sind.

Für die Hauptmaxima des Gitters gilt Gleichung (3.2) auf Seite 6. Propagiert das Licht jedoch nicht durch Vakuum (oder Luft), so muss man den Brechungsindex n des Mediums noch berücksichtigen, sodass für die Maxima folgt:

$$\frac{n \cdot \pi \cdot g \cdot \sin \alpha}{\lambda} = m \cdot \pi \tag{4.1}$$

Der Beugungswinkel  $\alpha$  (=  $\theta_1$  auf der Abbildung) entspricht dem halben Öffnungswinkel des Gitterspalts. n ist der Brechungsindex der Mediums, durch welches das Licht propagiert. Für das erste Hauptmaximum ist m = 1. Für die Numerische Apertur NA =  $n \cdot \sin \alpha$  folgt also:

$$NA = n \cdot \sin \alpha = \frac{\lambda}{g}$$

Die numerische Apertur darf natürlich auch gerne größer sein. Der hier angegebene Wert ist nur der kleinstmögliche, bei dem zwei Spalte noch voneinander unterschieden werden können. Die kleinstmögliche Auflösung  $g_{min}$  ist also:

$$g_{\min} = \frac{\lambda}{NA} \tag{4.2}$$

Die Formel gilt natürlich nicht nur für Gitter, sondern allgemein für jeden Gegenstand, den man auflösen will.

Zusätzlich sollte noch geklärt werden, welches Bild sich auf der Mattscheibe erkennen ließe, wenn man das Maximum erster Ordnung oder das Maximum zweiter Ordnung passieren lässt. Es müssten auch Bilder zu erkennen sein, die aber keine Abbildungen des Gitters entsprechen.

Man kann dies auch anwenden, wenn man gezielt Pixel eines unsauberen Bildes eliminieren will. So werden nur diejenigen Pixel abgebildet, die erwünscht sind, während die anderen ausgeblendet werden.



Abbildung 4: Abbésche Theorie der Bildentstehung, Quelle: Demtröder Experimentalphysik 2

# 5 Holographie

Anders als in der normalen zweidimensionalen Fotografie, bei der nur eine Intensitäts- und Belichtungszeitproportionale Schwärzung auf dem Film gespeichert wird, wird bei der Holographie auch die räumliche Struktur eines Objekts mit erfasst.

Dazu wird aufgeweitetets Laserlicht durch einen Strahlteiler in einen Referenzstrahl und einen Objektstrahl geteilt. Der Objektstrahl trifft auf das Objekt, wird gestreut und ein Teil des Objektstrahls trifft auf das Hologramm. Dort interferiert dieser mit dem Referenzstrahl, welcher direkt dorthin geleitet wird (Abbildung 5 auf der nächsten Seite).

Damit wird sowohl die Amplitude, als auch die Phase auf der Hologrammplatte gespeichert. Denn gerade in der Phasenlage steckt die Information über die Entfernung der verschiedenen Objektpunkte.

Dabei wird das Interferenzmuster der beiden Strahlen gespeichert. Da quasi an jedem Punkt des Hologramms jeder Referenz- mit jedem Objektstrahl interferiert, enthält jedes Teilstück des Hologramms bereits die Informationen für das gesamte Bild. Allerdings sinkt mit kleiner werdender Hologrammfläche auch die Qualität des Bildes.

Nach der Entwicklung der Hologrammplatte lässt sich durch erneutes Bestrahlen mit Licht der gleichen Wellenlänge ein räumliches Bild des Objekts erzeugen und aus verschiedenen Winkeln betrachten (Abbildung 6 auf der nächsten Seite). Dabei sieht man dann quasi das Beugungsmuster des Hologramms, welches das Objekt in Abhängigkeit vom Betrachtungswinkel wiedergibt.



Abbildung 5: Aufnahme eines Hologramms (Aus: Demtröder Experimenalphysik 3, S. 388)



Abbildung 6: Rekonstruktion eines Hologramms (Aus: Demtröder Experimenalphysik 3, S. 391)