Praktikum Klassische Physik I

Versuchsvorbereitung:
P1-83,84: Ferromagnetische Hysteresis

Jingfan Ye
Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 23. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

1.1 Messung

Für einen Wechselstromkreis mit einer Spule gilt für die Impedanz Z und ihren Betrag:

$$Z = r + \mathrm{i}\omega L; \quad |Z| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} \tag{1}$$

wobei r der Verlustwiderstand und L die Induktivität der Spule sowie $\hat{U}$ und $\hat{I}$ die Spitzenwerte von Spannung bzw. Stromstärke sind. ω ist die Kreisfrequenz der Wechselspannung

Für die Phasenverschiebung φ gilt:

$$\tan\varphi = \frac{\operatorname{Im} Z}{\operatorname{Re} Z} = \frac{\omega L}{r} \tag{2}$$

Beim Versuch wird die Stromstärke eingestellt und die Spitzenspannungen $\hat{U}$ der einzelnen Bauelemente am Oszilloskop abgelesen. Man muss beachten, dass das Netzgerät den Effektivwert der Stromstärke I_{eff} anzeigt. Es gilt, wie man durch Betrachtung des sinusförmigen Verlaufs der Stromstärke erkennt, $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}$.

Die experimentelle Bestimmung der Phasenverschiebung φ erfolgt durch die Messung der Zeitverschiebung von Strom und Spannung. Bei Kenntnis der Kreisfrequenz ω lässt sie sich folgendermaßen berechnen:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \varphi = \frac{\Delta t \cdot 2\pi}{\frac{2\pi}{\omega}} = \Delta t \cdot \omega = 2\pi f \Delta t \tag{3}$$

In diesem Versuch wird die normale Frequenz von $f = 50$ Hz genommen.

Vor der Spule wird ein Vorwiderstand R geschlossen, für welchen gilt:

$$|Z| = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \hat{U}\frac{R}{\hat{U}_R} \tag{4}$$

Mit Gleichung (1) lässt sich die Gesamtimpedanz des Systems aus den Spitzenwerten von Spannung und Strom berechnen. Da der Verlustwiderstand r dem Realteil und der Scheinwiderstand ωL dem Imaginärteil der Impedanz Z entspricht, gelten folgende Gleichungen:

$$r = \operatorname{Re} Z = |Z| \cdot \cos\varphi = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \cdot \cos(2\pi f \Delta t) \tag{5}$$

$$\omega L = \operatorname{Im} Z = |Z| \cdot \sin\varphi \Leftrightarrow L = |Z|\frac{\sin\varphi}{\omega} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}} \cdot \frac{\sin(2\pi f \Delta t)}{2\pi f} \tag{6}$$

1.2 Berechnung

Die Induktivität L einer Spule ist definiert als

$$L = \frac{-U_{\text{ind}}}{\dot{U}} \tag{7}$$

Nach dem Induktionsgesetz gilt bei konstanter Fläche A und Windungszahl n:

$$U_{\text{ind}} = -nA\dot{B}$$

Mit dem Magnetfeld B einer langgestreckten Spule $B = n\mu_0 \frac{I}{l}$, der Spulenlänge l und den obigen Gleichungen folgt die Formel für die Induktivität einer langgestreckten Spule:

$$L = nA\frac{\dot{B}}{\dot{I}} = n^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l} \tag{8}$$

Für kurze Spulen muss diese Formel mit einem geometrieabhängigen Faktor k multipliziert werden. Die Spule aus unserem Versuch ist $l = 6{,}8$ cm lang und hat einen mittleren Wickelradius von $r_s = 3{,}4$ cm. Für Spulen, bei denen die Länge etwa dem dem Doppelten des mittleren Radius entspricht, gibt die Vorbereitungsmappe einen Vorfaktor von $k = 0{,}55$ an.

Für die mittlere Querschnittsfläche gilt $A = \pi r_s^2$, unsere Spule hat $n = 1000$ Windungen. Alles in allem besitzt sie also eine Induktivität von:

$$L_{\text{Versuch}} = \left(0{,}55 \cdot 1000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^7 \cdot \frac{\pi\,(0{,}034\text{m})^2}{0{,}068\text{m}}\right) \text{H} = 0{,}0369\ \text{H} = 36{,}9\ \text{mH}$$

Für den Drahtwiderstand r des Kupferdrahtes gilt:

$$r = \rho_{\text{Cu}} \frac{l_{\text{Draht}}}{A_{\text{Draht}}} \tag{9}$$

ρ_{Cu} ist der spezifische Widerstand von Kupfer, l_{Draht} die Drahtlänge A_{Draht} die Querschnittsfläche des Kupferdrahtes.

Es gelten $\rho_{\text{Cu}} = 1{,}78 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ (Wert aus einem alten Übungsblatt), $l_{\text{Draht}} = n \cdot 2\pi r_s + l$ und $A_{\text{Draht}} = \pi \left(\frac{r_{\text{Draht}}}{2}\right)^2$. $d_{\text{Draht}} = 0{,}7$ mm ist der Drahtdurchmesser.

Es gilt also:

$$r = \left(1{,}78 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1000 \cdot 2\pi \cdot 0{,}034 + 0{,}068}{\pi \left(\frac{0{,}0007}{2}\right)^2}\right) \Omega = 9{,}88\ \Omega$$

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit Eisenkern

2.1 Messung

Die Messmethode entspricht der aus Versuch 1.1.

2.2 Berechnung

Für eine Spule mit gefülltem Eisenkern mit sehr großer Permeabilität $\mu \gg 1$ gilt:

$$L = \mu \cdot n^2 \mu_0 \frac{A}{l} \Leftrightarrow \mu = \frac{L \cdot l}{n^2 \mu_0 A} \tag{10}$$

Die Herleitung erfolgt analog wie die ohne Eisenkern. Die Permeabilitätskonstante μ kommt durch den Flussdichteterm für eine langgestreckte Spule dazu. Man muss die Induktivität einer Spule mit Eisenkern im Vergleich zu derselben Spule ohne Eisenkern mit μ multiplizieren.

Die Wechselfeld-Permeabilitätskonstante ist also der Quotient aus dem Wert der Induktivität mit Eisenkern und dem ohne Eisenkern.

$$\mu = \frac{L_{\text{Eisenkern}}}{L_{\text{Luft}}} \tag{11}$$

Die Induktivität der Eisenspule hängt vermutlich deswegen stark von der Stromstärke ab, da die Permeabilitätskonstante μ nur bei kleinen Stromstärken konstant ist. Bei größeren äußeren Feldstärken läuft die Magnetisierung des Eisenkerns gegen ihre Sättigungsinduktion zu. Dieser Effekt wird auch Hysteresis genannt und wird später noch näher untersucht.

Für die Gersamtverlustleistung P der Spule gilt:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re} U(t) \operatorname{Re} I(t) \,\mathrm{d}t = \frac{\hat{I}^2 \cdot r}{2} = I_{\text{eff}}^2 \cdot r \tag{12}$$

Für $I_{\text{eff}} = 10\,\text{mA}$ beträgt die Verlustleistung $9{,}88 \cdot 10^{-4}$ W, für $I_{\text{eff}} = 30\,\text{mA}$ $8{,}892 \cdot 10^{-3}$ W.

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

3.1 Messung der Magnetisierungskurve

Am Oszilloskop soll eine Magnetisierungskurve (Hysteresis) aufgetragen werden. Dabei wird die äußere magnetische Feldstärke H über die magnetische Flussdichte B im Inneren des Eisenkerns aufgetragen.

H wird über den Spannungsabfall U eines in Reihe geschalteten Widerstands R bestimmt. Es gilt nämlich:

$$H = n_a \frac{I}{l} = n_a \frac{U}{Rl} \tag{13}$$

n_a ist die Windungszahlt der felderzeugenden Spule, I die durch sie fließende Stromstärke und l ihre Länge. Aufgrund der Knotenregel fließt durch die Spule genauso viel Strom wie durch den Widerstand.

B wird über die in einer zweiten Spule mit Windungszahl n_2 induzierten Spannung berechnet, für sie gilt:

$$U_{\text{ind}} = n_2 \cdot A \cdot \dot{B} \Leftrightarrow B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{\text{ind}} \, \mathrm{d}t \tag{14}$$

$\int U_{\text{ind}}$ kann man mit einem Integrierglied berechnen, welches aus Versuch „Vierpole und Leitungen“ bekannt ist. Für ein Integrierglied, also ein Tiefpass (Schaltskizze und Erklärung in der Vorbereitung zum genannten Versuch), gilt:

$$U_a = \frac{1}{R_1 C} \int (U_e - U_a) \, \mathrm{d}t \tag{15}$$

Wobei jeweils R_1 der Widerstand und C die Kapazität der Kondensators des Tiefpasses sowie U_e die Eingangsspannung und U_a die Ausgangsspannung sind. Im aktuellen Versuch kann man also die Induktionsspannung U_{ind} als Eingangsspannung anlegen. Wählt man den Widerstand des Tiefpasses genug groß, also $R_1 \gg \frac{1}{\omega C}$, sodass $U_a \ll U_e$ gilt, folgt $U_a \approx \frac{1}{RC} \int U_e \, \mathrm{d}t$. Man kann nun die Ausgangsspannng U_a abgreifen, mit der Beziehung:

$$B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{\text{ind}} \, \mathrm{d}t \approx \frac{RC}{n_2 A} \cdot U_a \tag{16}$$

Die magnetische Flussdichte B des Eisenkerns lässt sich so gut bestimmen.

3.2 Eichung der Achsen

Für die H-Achse gilt:

$$H = n_a \frac{U}{Rl} = 1000 \cdot \frac{U}{10\Omega \cdot 0{,}48\text{m}} = 208{,}33 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \cdot U \tag{17}$$

Für die B-Achse kann man bisher nur eine allgemeine Aussage treffen, da der Widerstand und der Kondensator während des Versuchs noch ausgewählt werden müssen. Bisher ist nur bekannt, dass die Spule $n_2 = 50$ Windungen besitzt, ihr Querschnitt muss aber auch noch bestimmt werden.

$$B = \frac{RC}{n_2 A} \cdot U_a$$

3.3 Ummagnetisierungs-Verlustleistung

Die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit $\frac{W_{\text{mag}}}{V}$ beträgt $\oint B \cdot \mathrm{d}H$. Sie entspricht also der Fläche der Hystereskurve. Diese können wir durch Kästchen ausgleichen und zählen oder mit ausschneiden und Wiegen bestimmen. Am elegantesten lässt sich dieses Integral numerisch mit dem Computer lösen.

Das Volumen der Spule ist das Produkt aus ihrer Querschnittsfläche A und ihrer Länge l. Für die Verlustleistung P_{mag} gilt:

$$P_{\text{mag}} = \frac{W_{\text{mag}}}{V} \cdot \frac{V}{T_{\text{Zyklus}}} = \left(\oint B \cdot \mathrm{d}H \right) \cdot \frac{A \cdot l}{T_{\text{Zyklus}}} \tag{18}$$

Für den Verlustwiderstand r_{mag} gilt:

$$r_{\text{mag}} = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2} \tag{19}$$

3.4 Relative Wechselfeld-Permeabilität

Die Wechselfeld-Permeabilität ist die Steigung der Schnittgeraden des aktuellen Punktes der Magnetisierungskurve mit dem Ursprung, wenn beide Achsen in B gemessen werden. Es gilt allgemein $B = \mu H$. Für μ folgt dann:

$$\mu = \frac{B_0}{\mu H_0} \tag{20}$$

Im Zähler steht also die Flussdichte des Eisenkerns, im Nenner die des äußerden Feldes. Da der Anstieg der Flussdichte im Eisen vor allem bei großem äußerem Feld gegenüber der äußeren Flussdichte nicht ganz linear verläuft, ändert sich der Wert für μ. Wir nehmen die Steigung der Maximalwerte des Magnetisierungszyklus mit dem Ursprung.

3.5 Vergleich mit Aufgabe 2

Die hier gefundenen Ergebnisse werden nun mit Aufgabe 2 verglichen. Die Verlustleistungen durch die Hysteresis und den Drähten zusammen entsprechen nicht ganz der in Aufgabe 2 errechneten Gesamtverlustleistung, da Wirbelfelder zu weiteren Wärmeverlusten führen.

4 Vergleich Eisen - Ferrit

In diesem Versuch wird die Hysteresis vom ferromagnetischen Eisen mit einem Ferriten verglichen. Ferrite besitzen magnetische Dipole, die entgegengerichtet sind. Anders als beim Antiferromagneten besitzen die Dipole in entgegengesetzte Richtungen beim Ferriten nicht die gleiche Stärke und heben sich damit nich komplett auf, doch die Dipolwirkung wird stark abgeschwächt, sodass sie nach außen nur sehr schwache magnetische Eigenschaften zeigen. Sie haben gegenüber weichmagnetischem Eisen also eine noch schmalere Hysteresis.

Remanenz, Koerzitivkraft, Ummagnetisierungs-Verlustleistung und die Sättigungsinduktion sollen hier von einem Eisenkern und einem Ferriten bestimmt werden:

i) Für die **Sättigungsinduktion** kann man das äußere Feld so weit erhöhen, bis sich die Flussdichte des Eisens bzw. des Ferriten kaum noch ändert. Man kann diesen Wert dann als Sättigung annehmen.

ii) Nun senkt man das äußere Magnetfeld wieder ab, bis sie schließlich 0 wird, die verbleibende Flussdichte des Eisens bzw. des Ferrits ist dann die **Remanenz**.

iii) Nun erzeugt man ein entgegengerichtetes äußeres Magnetfeld, dieses soll so stark werden, dass die Flussdichte des Eisens bzw. des Ferrits 0 wird. Die Stärke des äußeren Magnetfeldes ist dann die **Koerzitivkraft**.

iv) Führt man die Hysteresis komplett durch, kann man wie in Aufgabe 3 ihre umschlossene Fläche bestimmen. Sie gibt die **Ummagnetisierungs-Verlustleistung** pro Volumenheit des Eisens bzw. des Ferrits an. Multipliziert man diesen Wert mit dem Gesamtvolumen, erhält man die Verlustleistung dieses Prozesses.