Praktikum Klassische Physik I

Versuchsvorbereitung: P1-83, 84: Ferromagnetische Hysteresis

Christian Buntin
Gruppe Mo-11

Karlsruhe, 23. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Es sollen die Induktivität und die Verlustwiderstand einer Luftspule gemessen werden.

Für die *Impedanz* Z und den *Scheinwiderstand* $|Z|$ der Spule gilt:

$$Z = R_S + i\omega L \qquad |Z| = \sqrt{R_S^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$$

1.1 Messung

Um $\hat{I}$ zu messen, wird der Spannungsabfall an einem bekannten, in Reihe geschalteten Widerstand $R = 10\ \Omega$ gemessen:

$$R = \frac{\hat{U}_R}{\hat{I}} \Leftrightarrow \hat{I} = \frac{\hat{U}_R}{R}$$

Somit ist

$$|Z| = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} R$$

und

$$|Z|^2 = R_S^2 + \omega^2 L^2 = \frac{\hat{U}^2}{\hat{U}_R^2} R^2$$

Durch Messung der *Phasenverschiebung* φ, aus der Zeitdifferenz Δt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \varphi = \frac{2\pi \Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t = \omega \Delta t$$

lässt sich über die Beziehung

$$\tan\varphi = \frac{\operatorname{Im} Z}{\operatorname{Re} Z} = \frac{\omega L}{R_S}$$

den *Verlustwiderstand* R_S und die *Induktivität* L der Spule berechnen:

$$R_S^2\left(1 + \tan^2\varphi\right) = \frac{\hat{U}^2}{\hat{U}_R^2} R^2 \Leftrightarrow R_S = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} R \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}} = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} R \cos\varphi$$

$$\omega^2 L^2 \left(1 + \frac{1}{\tan^2\varphi}\right) = \frac{\hat{U}^2}{\hat{U}_R^2} R^2 \Leftrightarrow L = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} \frac{1}{\omega} \frac{\tan\varphi}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}} = \frac{\hat{U}}{\hat{U}_R} \frac{1}{\omega} \sin\varphi$$

1.2 Berechnung aus den Spulendaten

Für die Induktivität einer lang gestreckten und luftgefüllten Spule der Länge L mit n Windungen und mittlerer Querschnittsfläche $\bar{A}$ gilt:

$$L = n^2 \mu_0 \frac{\bar{A}}{l}$$

Bei einer kurzen Spule muss der Wert noch mit einem geometrieabhängigen Faktor k multipliziert werden.

Hier:

$$n = 1000 \qquad l = 6{,}8 \text{ cm} \qquad \bar{A} = \pi 3{,}4^2 \text{ cm}^2 \qquad k = 0{,}55$$

$$L = kn^2\mu_0\frac{\bar{A}}{l} = 0{,}55 \cdot 1000^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{\pi \cdot 3{,}4^2 \text{ cm}^2}{6{,}8 \text{ cm}} = 36{,}91 \text{ mH}$$

Für den Leitungswiderstand einer Kupferspule mit mittlerem Wickelradius $\bar{r}$ und Drahtquerschnitt A gilt:

$$R = \rho_{\text{Cu}}\frac{l}{A} = \rho_{\text{Cu}}\frac{4 \cdot \bar{r} \cdot n}{A}$$

Hier:

$$\rho_{\text{Cu}} = 1{,}678 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}} \qquad \bar{r} = 3{,}4 \text{ cm} \qquad n = 1000 \qquad A = \pi\left(\frac{0{,}7 \text{ mm}}{2}\right)^2$$

$$R = 1{,}678 \cdot 10^{-2}\,\frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}\,\frac{4 \cdot 3{,}4 \text{ cm} \cdot 1000}{\pi\left(\frac{0{,}7 \text{ mm}}{2}\right)^2} = 5{,}93\ \Omega$$

2 Induktivität und Verlustleistung einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Die Spule wird jetzt mit einem geschlossenen Eisenkern gefüllt.

2.1 Messung

Es wird wie in Aufgabe 1.1 gemessen und der Verlustwiderstand R_S und die Induktivität L der Spule bestimmt.

2.2 Berechnung der Permeabilität und der Gesamtverlustleistung

Für die Induktivität einer Spule, bei welcher das gesamte Magnetfeld innerhalb eines geschlossenen Jochs der Querschnittsfläche A und mittlerer Feldlinienlänge l befindet, gilt (die Länge spielt keine Rolle mehr):

$$L = n^2\mu_0\mu_r\frac{A}{l}$$

Somit gilt für die magnetische Permeabilität μ_r des Jochs:

$$\mu_r = \frac{L \cdot l}{n^2\mu_0 A}$$

Für die *Gesamtverlustleistung* gilt;

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \operatorname{Re} U(t) \cdot \operatorname{Re} I(t)\,\mathrm{d}t = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R_S} = \frac{1}{2}\frac{\hat{U}^2}{R_S}$$

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

3.1 Oszilloskopische Darstellung

Die Magnetisierungskurve (*Hysteresis*) soll oszilloskopisch dargestellt werden. Dazu wird B über H aufgetragen.

Da für die magnetische Feldstärke H gilt:

$$H = n_1 \frac{I}{l} = n_1 \frac{U_R}{Rl}$$

wird der Spannungsabfall U_R an einem in Reihe geschalteten Widerstand R als Maß für H genommen.

Für die magnetische Feldstärke B gilt bei Induktion an einer Spule mit n_2 Windungen und Querschnittsfläche A:

$$U_{\mathrm{ind}} = -n_2 A \dot{B} \Rightarrow \dot{B} = -\frac{U_{\mathrm{ind}}}{n_2 A} \Rightarrow B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{\mathrm{ind}} \, \mathrm{d}t$$

Daher wird als Maß für B das Integral über die induzierte Spannung U_{ind} verwendet. Dieses wird mittels eines RC-Gliedes erzeugt:

$$U_C = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{C} \int I \, \mathrm{d}t = \frac{1}{R_1 C} \int (U_{\mathrm{ind}} - U_C) \, \mathrm{d}t \approx \frac{1}{R_1 C} \int U_{\mathrm{ind}} \, \mathrm{d}t \text{ für } U_C \ll U_{\mathrm{ind}}$$

$$\Rightarrow \int U_{\mathrm{ind}} = U_C R_1 C \Rightarrow B = \frac{U_C R_1 C}{n_2 A}$$

Somit muss für die Vertikalablenkung die Spannung U_C am Kondensator des Integrierers gewählt werden.

Dabei muss das RC-Glied so gewählt werdenn, dass $R_1 \gg \frac{1}{\omega C}$ ist und R_1 und C genügend groß sind.

3.2 Eichung der Achsen

Für die H-Achse gilt:

$$H = \frac{n_1}{Rl} U_R = \frac{1000}{10\ \Omega \cdot 48\ \mathrm{cm}} = 208{,}3\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vm}} \cdot U_R$$

Für die B-Achse gilt:

$$B = \frac{R_1 C}{n_2 A} \cdot U_C$$

3.3 Bestimmung des Flächenintegrals

Das Integral $\oint B \, \mathrm{d}H$ wird entweder durch „Ausschneiden und wiegen", oder durch analytische Auswertung am PC bestimmt.

Dieses Integral gibt die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen und Zyklus an. Somit gilt für die gesamte Ummagnetisierungs-Verlustleistung des Eisenkerns:

$$P_{\text{mag}} = \left(\frac{W_{\text{mag}}}{V}\right) \cdot \frac{V}{T} = \left(\frac{W_{\text{mag}}}{V}\right) \cdot lAf$$

Für den Verlustwiderstand gilt dann:

$$R_S = \frac{P_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2}$$

3.4 Permeabilität

Für die Welchselfeld-Permeabilität gilt:

$$\mu_r = \frac{B_1}{\mu_0 H_1}$$

wobei B_1 und H_1 die Maximalwerte beim Magnetisierungszyklus sind.

3.5 Vergleich

Die Ergebnisse werden mit denen aus Aufgabe 2 verglichen.

4 Vergleich Eisen–Ferrit

Es wird ein Eisenkern und ein Ferrit-Schalenkern untersucht. Für beide werden die Hysteresekurven wie in Aufgabe dargestellt und folgende Werte bestimmt und verglichen.

- Die Remanenz, also die Stärke des Magnetfeldes welches beim Abschalten des äußeren Magnetfeldes bestehen bleibt, wird an der Stelle $H = 0$ abgelesen, also am Schnittpunkt zwischen Hysterese und B-Achse.
- Die Koerzitivkraft, also die Feldstärke, die wirken muss, damit das Magnetfeld verschwindet, wird an der Stelle $B = 0$ abgelesen, also am Schnittpunkt zwischen Hysterese und H-Achse.
- Die Ummagnetisierungs-Verlustleistung wird wie in Aufgabe 3.3 bestimmt.
- Die Sättigungsinduktion, durch ablesen der Maximalwerte H_1 und B_1.